Vikash sir
99053 04440

अध्याय ⇒ 1 वैद्युत आवेश तथा क्षेत्र

स्थिर वैद्युतकीय ⇒ इसमे स्थिर आवेश एवं उसके प्रभावो का अध्ययन किया जाता है।

वैद्युत आवेश ⇒ जब दो पदार्थो को आपस मे रगडा जाता है तो ये पदार्थ हल्की - हल्की वस्तुओ को आकर्षित करने लगते है इस स्थिति मे ये पदार्थ आवेशमय या वैद्युतमय कहलाते है। उदा॰ ⇒ काँच की छड एवं रेशम।

Note ⇒ किसी वस्तु पर इलेक्ट्रानो की अधिकता या कमी को वैद्युत आवेश कहते है।

(i) ⇒ यदि वस्तुओ पर इलेक्ट्रानो की अधिकता है तो वह ऋणावेशित होगी।

(ii) ⇒ यदि वस्तुओ पर इलेक्ट्रानो की कमी है तो वह वस्तु धनावेशित होगी।

आवेश के प्रकार (Types of charge)

आवेश दो प्रकार के होते है –

① धनावेश (Positive charge) ⇒ e- की कमी

② ऋणावेश (Negative charge) ⇒ e- की अधिकता

THE UNIQUE CLASSES

Note ① समान आवेश (धनावेश एवं धनावेश या ऋणावेश एवं ऋणावेश) एक दूसरे को प्रतिकर्षित करते हैं।

② ⇒ विपरीत आवेश (धनावेश एवं ऋणावेश) एक दूसरे को आकर्षित करते हैं।

वैद्युत आवेश का मात्रक (Unit of electric charge)

MKS पद्धति मे आवेश का मात्रक = कूलाम

विमा = [A][T] ⇒ [AT]

विमा = [AT]

$$i = \frac{q}{t}$$

$$q = i \times t$$

q = ऐम्पियर x सेकण्ड

= कूलाम

वैद्युत आवेश संरक्षण का नियम

इस नियम के अनुसार "आवेश को न तो उत्पन्न किया जा सकता है, और न ही नष्ट किया जा सकता है"। एक प्रकार के आवेश को दूसरे प्रकार के आवेश मे केवल परिवर्तित किया जा सकता है।

मूल आवेश (Fundamental charge)

किसी आवेशित कण पर जितना न्यूनतम आवेश रह सकता है, उसे मूल आवेश कहते हैं। इसे 'e' से प्रदर्शित करते हैं।

$$e = \pm 1.6 \times 10^{-19}\ C$$

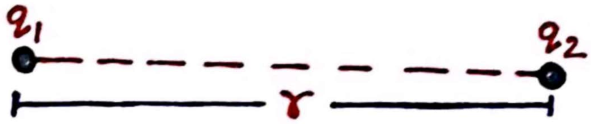
THE UNIQUE CLASSES

आवेश का क्वाण्टीकरण या परमाणुकता

आवेश को अनिश्चित रुप से विभाजित नही किया जा सकता। किसी आवेशित कण पर आवेश $\pm e$, $\pm 2e$, $\pm 3e$ ..... हो सकता है, लेकिन इसकी भिन्न के रुप मे कभी नही हो सकता। इसे ही आवेश का क्वाण्टीकरण या परमाणुकता कहते है।

कुलाम का नियम (Coulomb's law)

इस नियम के अनुसार, "दो स्थिर बिन्दु आवेशो के बीच लगने वाला वैद्युत बल (आकर्षण या प्रतिकर्षण) उन आवेशो के परिमाणो के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती तथा उनके बीच के दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है।



माना कि q_1 व q_2 आवेश एक दूसरे से r दूरी पर स्थित है, तब इनके बीच लगने वाला वैद्युत बल –

$$F \propto q_1 q_2 \quad \text{——} (1)$$

$$F \propto \frac{1}{r^2} \quad \text{——} (2)$$

$$F \propto \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

वायु अथवा निर्वात के लिए

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

(ϵ_0 = वायु, निर्वात की वैद्युतशीलता)

THE UNIQUE CLASSES

$$\therefore \boxed{F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}} \quad \text{-----} \; (3)$$

पुनः वायु अथवा निर्वात के लिए

$$k = 9.0 \times 10^9 \ \frac{N\text{-}m^2}{C^2}$$

$$\therefore \boxed{F = 9 \times 10^9 \ \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}}$$

यदि दोनो बिन्दु आवेश किसी कुचालक माध्यम (जैसे कागज, मोम, काँच) मे स्थित हो तो -

$$\boxed{F_m = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}} \quad \text{----} \; (4)$$

जहा K = परावैद्युत माध्यम का परावैद्युतांक

समी० (3) व (4) से —

$$\frac{F}{F_m} = \frac{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}}$$

$$\boxed{\frac{F}{F_m} = K} \quad \text{या} \quad \boxed{F = K F_m}$$

ϵ_0 का आंकिक मान, मात्रक तथा विमीय सूत्र

ϵ_0 का आंकिक मान

$$= 8.85 \times 10^{-12} \ \frac{C^2}{N\text{-}m^2}$$

ϵ_0 का विमीय सूत्र

$$= M^{-1} L^{-3} T^4 A^2$$

THE UNIQUE CLASSES

Note 1. माध्यम का परावैद्युतांक बढने पर वैद्युत बल कम होने लगता है।

2. वैद्युत बल की प्रकृति आकर्षणात्मक अथवा प्रतिकर्षणात्मक होती है।

3. यदि दोनो आवेशित कणो को परस्पर स्पर्श कराकर हटा लिया जाये तो दोनो पर आवेश की मात्रा समान हो जाती है।

अतः $Q_1 = Q_2 = \frac{q_1 + q_2}{2}$

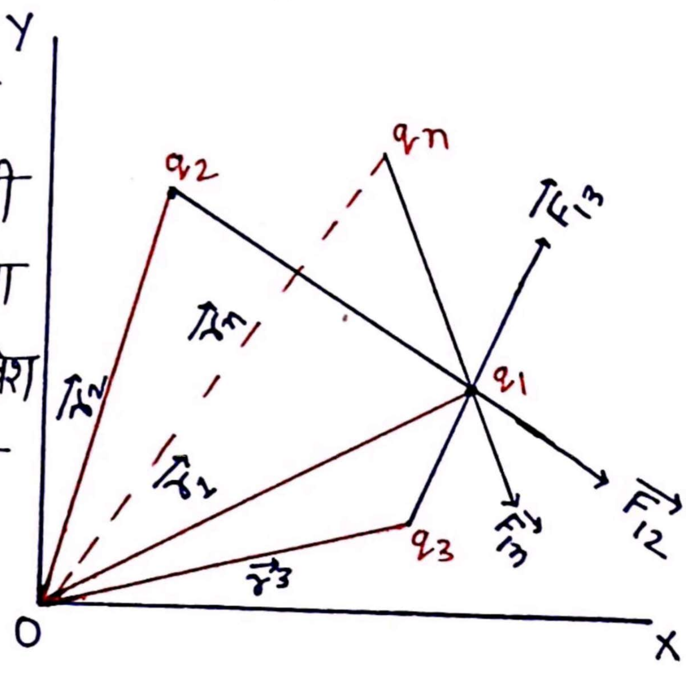
4. यदि दोनो आवेशो के बीच का माध्यम कोई धातु हो तो $K = \infty$ होने के कारण उनके बीच आरोपित बल शून्य हो जाता है।

5. $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$ मे $\epsilon_0 K$ के स्थान पर ϵ भी लिख सकते है। (जहाँ ϵ परावैद्युत की वैद्युतशीलता है)

इस प्रकार $K = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$

बलो के अध्यारोपण का सिद्धान्त

इस नियम के अनुसार "किसी बिन्दु आवेश पर, अन्य सभी आवेशो के कारण लगने वाला परिणामी बल, उस बिन्दु आवेश पर प्रत्येक आवेश द्वारा लगाए गए सभी बलो का सदिश योग होता है"।



अत: $\left[F_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \text{-----} + \vec{F}_{1n}\right]$

माना किसी निकाय मे n आवेश q_1, q_2, q_3 ------ q_n उपस्थित है तथा $q_2, q_3 \ldots q_n$ के सापेक्ष q_1 के स्थिति सदिश $\vec{r}_{12}, \vec{r}_{13} \ldots \vec{r}_{1n}$ है तो q_1 पर अन्य सभी आवेशो द्वारा लगने वाला वैद्युत बल –

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

$$\vec{F}_{13} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \hat{r}_{13}$$

इसी प्रकार

$$\vec{F}_{1n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_n}{r_{1n}^2} \hat{r}_{1n}$$

अध्यारोपण के सिद्धान्त से

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \text{-----} \vec{F}_{1n}$$

$$\vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \hat{r}_{13} + \ldots \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_n}{r_{12}^2} \hat{r}_{1n}$$

$$\vec{F}_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12} + \frac{q_3}{r_{13}^2} \cdot \hat{r}_{13} + \text{----} + \frac{q_n}{r_{1n}^2} \cdot \hat{r}_{1n}\right]$$

THE UNIQUE CLASSES

Vikash sir
99053 04440

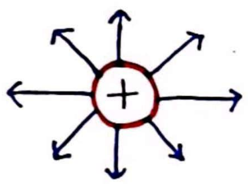
वैद्युत क्षेत्र (Electric Field)

किसी आवेश अथवा आवेशो के समुदाय के चारो ओर का वह क्षेत्र जिसमे किसी अन्य आवेशो को लाने पर उस पर आकर्षण या प्रतिकर्षण बल कार्य करता है, वैद्युत क्षेत्र कहलाता है।

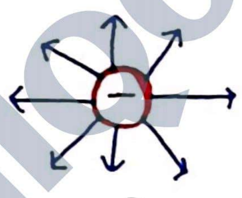
Note - वैद्युत क्षेत्र को वैद्युत बल रेखाओ द्वारा प्रदर्शित करते है।

वैद्युत बल रेखाएँ (Electric lines of force)

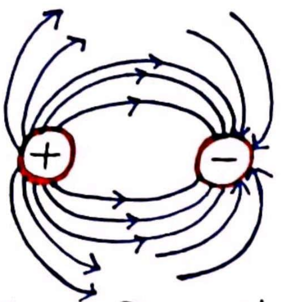
वैद्युत बल रेखाएँ, वैद्युत क्षेत्र मे खीचा गया वह काल्पनिक एवं निष्कोण वक्र है, जो उस स्थान पर वैद्युत क्षेत्र का अविरल (लगातार) प्रदर्शन करती है।



(i) धनावेश की वैद्युत बल रेखाएँ



(ii) ऋणावेश की वैद्युत बल रेखाएँ



(iii) धनावेश एवं ऋणावेश की संयुक्त बल रेखाएँ

वैद्युत बल रेखाओ के गुण (Properties of electric lines of force)

→ वैद्युत बल रेखाएँ धनावेश से निकलकर वक्र बनाती हुई ऋणावेश पर जाकर समाप्त हो जाती है।

→ दो वैद्युत बल रेखाएँ कभी भी एक-दूसरे को नही काटती अगर ये काटेगी तो कटान बिन्दु पर दो स्पर्श रेखाएँ होगी अर्थात वैद्युत बल की दो दिशाए होगी जो कि असंभव है।

THE UNIQUE CLASSES

→ वैद्युत बल रेखाओ का पास-पास होना प्रबल वैद्युत क्षेत्र को तथा वैद्युत बल रेखाओ का दूर-दूर होना दुर्बल बल रेखाओ को प्रदर्शित करता है।

प्र० ⇒ वैद्युत बल रेखाओ एवं चुम्बकीय बल रेखाओ मे क्या अंतर है?

→ वैद्युत बल रेखाएँ धनावेश से निकलकर वक्र बनाती हुई ऋणावेश पर जाकर समाप्त हो जाती है, इस प्रकार वैद्युत बल रेखाएँ बन्द वक्र नही बनाती।

→ चुम्बकीय बल रेखाएँ एक बन्द वक्र बनाती है।

परीक्षण आवेश (Test charge)

बहुत ही छोटा आवेश जो स्थान पर वैद्युत क्षेत्र को प्रभावित न करे, परीक्षण आवेश कहलाता है।

वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Intensity of Electric field)

वैद्युत क्षेत्र मे एकांक परीक्षण आवेश पर लगने वाले वैद्युत बल को वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता कहते है। इसे 'E' से प्रदर्शित करते है।

यदि q_0 परीक्षण आवेश पर लगने वाला वैद्युत बल F हो तो वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता -

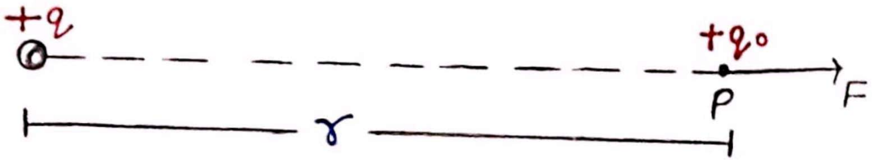
$$E = \frac{F}{q_0}$$

मात्रक - $\frac{\text{न्यूटन}}{\text{कूलाम}}$ या $E = \frac{V}{d}$

विमीय सूत्र -
E का विमीय सूत्र $= \frac{[MLT^{-2}]}{[AT]}$
$= MLT^{-3}A^{-1}$

राशि - सदिश राशि

बिन्दु आवेश के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता



माना कि कोई बिन्दु आवेश +q किसी ऐसे परावैद्युत माध्यम मे स्थित है, जिसका परावैद्युतांक K है। इससे r दूरी पर कोई बिन्दु P है, जहाँ $+q_0$ परीक्षण आवेश रखा हुआ है। इसलिए दोनो आवेशो के बीच लगने वाला वैद्युत बल :-

कूलाम के नियम से - $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q_1 . q_2}{r^2}$

$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q . q_0}{r^2}$ या $\frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q}{r^2}$

लेकिन $\frac{F}{q_0} = E$ (वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता)

इसलिए $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q}{r^2}$

वायु अथवा निर्वात के लिए $K = 1$

$\therefore \; E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$ या $E = 9\times10^9 \frac{q}{r^2}$

वैद्युत द्विध्रुव (Electric Dipole)

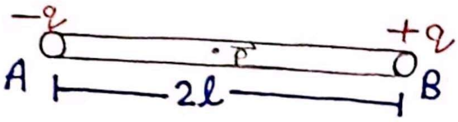
यदि दो बराबर तथा विपरीत आवेश एक-दूसरे से अल्प दूरी पर स्थित हो तो इस संरचना को वैद्युत द्विध्रुव कहते हैं।

Ex. = HCl, H_2O, NH_3 etc

THE UNIQUE CLASSES

वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण (Electric Dipole Moment)

वैद्युत द्विध्रुव मे किसी एक आवेश का परिमाण तथा दोनो आवेशो के बीच की दूरी के गुणनफल को वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण कहते हैं। इसे 'p' से प्रदर्शित करते हैं।



$p = q \times 2l$

मात्रक = कूलाम-मीटर   विमा = [AT][L] = [LTA]   राशि = सदिश

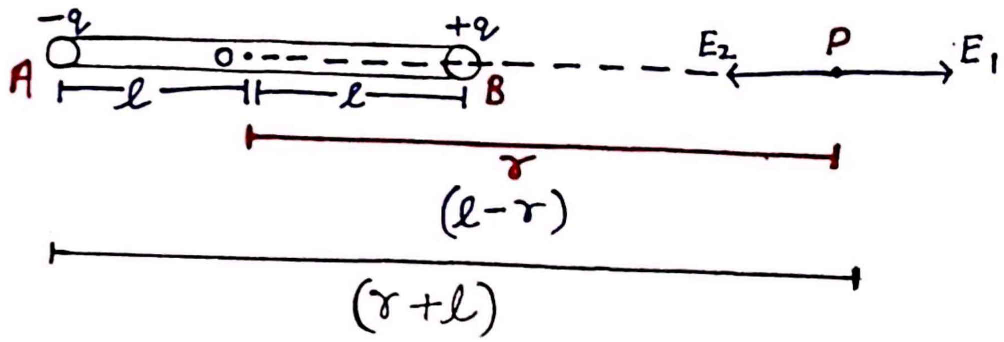
दिशा = वैद्युत द्विध्रुव की अक्ष के अनुदिश ऋणावेश से धनावेश की ओर।

वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

(A) अक्षीय स्थिति या अनुदैर्ध्य स्थिति

(B) निरक्षीय स्थिति या अनुप्रस्थ स्थिति

(A) अक्षीय स्थिति या अनुदैर्ध्य स्थिति



माना कि एक वैद्युत द्विध्रुव AB किसी ऐसे परावैद्युत माध्यम मे स्थित है, जिसका परावैद्युतांक K है। इसके मध्य बिन्दु O से r दूरी पर कोई बिन्दु P है जहाँ वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।

+q आवेश के कारण बिन्दु P पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता :-

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q}{(r-l)^2} \quad \text{———} (1)$$ (दिशा B से P की ओर)

−q आवेश के कारण बिन्दु P पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता :-

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q}{(r+l)^2} \quad \text{———} (2)$$ (दिशा P से A की ओर)

∴ बिन्दु P पर परिणामी वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता –

$\because E_1 > E_2$

$\therefore E = E_1 - E_2$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q}{(r-l)^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q}{(r+l)^2}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K} \left[\frac{1}{(r-l)^2} - \frac{1}{(r+l)^2}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K} \left[\frac{(r+l)^2 - (r-l)^2}{(r-l)^2 \; (r+l)^2}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K} \left[\frac{r^2 + l^2 + 2rl - (r^2 + l^2 - 2rl)}{(r^2 - l^2)^2}\right]$$

THE UNIQUE CLASSES

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K}\left(\frac{r^2 + l^2 + 2rl - r^2 - l^2 + 2rl}{(r^2 - l^2)^2}\right)$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K}\left(\frac{4rl}{(r^2 - l^2)^2}\right)$$

$\because l <<< r$

$\therefore l^2$ को नगण्य मानने पर

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K}\frac{4rl}{(r^2 - 0)^2} \Rightarrow \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K}\frac{4rl}{r^2}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K}\frac{2q + 2l}{r^3}$$

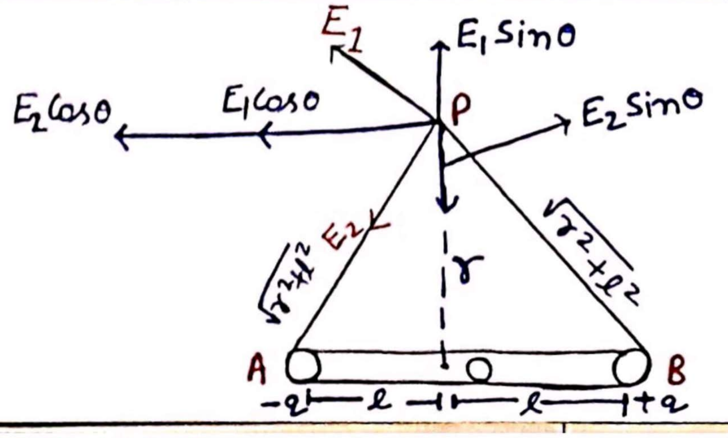
लेकिन - $q \times 2l = p$ (वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण)

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K}\frac{2P}{r^3}$$

वायु अथवा निर्वात के लिए - $K = 1$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2P}{r^3} \quad \text{या} \quad E = 9 \times 10^9 \frac{2P}{r^3}$$

निरक्षीय स्थिति या अनुप्रस्थ स्थिति



माना की कोई वैद्युत द्विध्रुव AB किसी ऐसे परावैद्युत माध्यम में स्थित है, जिसका परावैद्युतांक K है, इसके मध्य बिन्दु O से लंब-अर्धक पर r दूरी पर कोई बिन्दु P है, जहाँ वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।

+q आवेश के कारण बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता -

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q}{(\sqrt{r^2+l^2})^2}$$

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q}{(r^2+l^2)} \text{ ——— (i)} \quad \text{(दिशा B से P की ओर)}$$

-q आवेश के कारण बिन्दु P पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q}{(\sqrt{r^2+l^2})^2}$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q}{(r^2+l^2)} \text{ ——— (ii)} \quad \text{(दिशा P से A की ओर)}$$

E_1 व E_2 को लम्बवत व क्षैतिज घटको मे बाटा गया है। E_1 व E_2 के लम्बवत घटक क्रमशः $E_1 \sin\theta$ व $E_2 \sin\theta$ है। तथा क्षैतिज घटक क्रमशः $E_1 \cos\theta$ व $E_2 \cos\theta$ है। लम्बवत घटक परिमाण मे बराबर तथा दिशा मे विपरीत है और इनकी क्रिया रेखाएँ भी एक है, इसलिए यह एक दूसरे को निरस्त कर देंगे, इसलिए बिन्दु P पर परिणामी वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता क्षैतिज घटकों के कारण होगी।

∴ बिन्दु P पर परिणामी वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता -

$$E = E_1 \cos\theta + E_2 \cos\theta$$

THE UNIQUE CLASSES

But - $\cos\theta = \frac{A}{K} = \frac{l}{\sqrt{r^2+l^2}}$

$\therefore E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K}\frac{q}{(r^2+l^2)}\cdot\frac{l}{\sqrt{r^2+l^2}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K}\frac{q}{(r^2+l^2)}\cdot\frac{l}{\sqrt{r^2+l^2}}$

या, $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K}\frac{q\cdot l}{(r^2+l^2)^{1+\frac{1}{2}}}(1+1)$

या, $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K}\frac{q\cdot 2l}{(r^2+l^2)^{3/2}}$

$\because l <<< r$

$\therefore l^2$ को नगण्य मानने पर

$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K}\frac{q\cdot 2l}{(r^2)^{3/2}}$

But - $q\cdot 2l = p$ (E.d.m)

$\therefore E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K}\frac{p}{r^3}$

वायु अथवा निर्वात के लिए

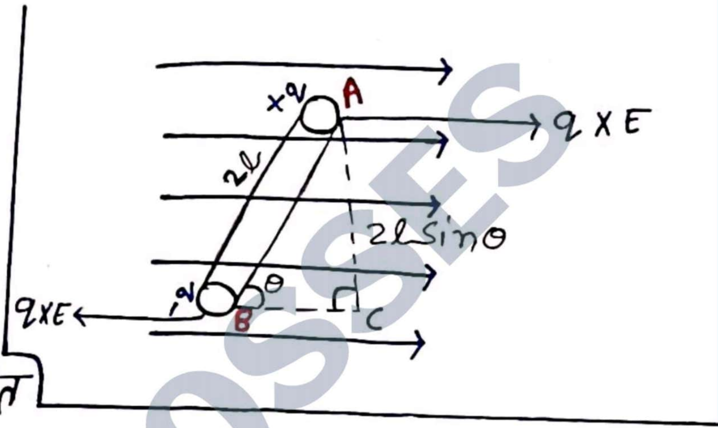
$K = 1$

$\therefore \boxed{E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p}{r^3}}$

या $\boxed{E = 9.0\times10^9\frac{p}{r^3}}$

THE UNIQUE CLASSES

एक समान वैद्युत क्षेत्र मे स्थित वैद्युत द्विध्रुव पर लगने वाले बलयुग्म का आघूर्ण



माना कि एक वैद्युत द्विध्रुव AB, +q व -q आवेशो से मिलकर बना है।
+q आवेश पर वैद्युत बल q x E वैद्युत क्षेत्र की दिशा मे तथा -q आवेश पर वैद्युत बल q x E वैद्युत क्षेत्र E के विपरीत दिशा मे कार्यरत है।

दोनो बल परिमाण मे बराबर लेकिन दिशा मे विपरीत है तथा इनकी क्रिया रेखाएँ भी एक नही है, इसलिए यह एक बलयुग्म की रचना करेगे।

∴ बलयुग्म का आघूर्ण

बलयुग्म के आघूर्ण का सूत्र τ = बल x बलो के बीच लम्बवत दूरी

$$\tau = q \times E \times 2l\sin\theta$$

But - $q \times 2l = P$

$$\tau = PE\sin\theta$$

यदि - $\theta = 90^\circ$ हो तो

$$\tau_{max} = PE\sin 90^\circ$$

$$\tau_{max} = PE$$

वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण (Elictric Dipole Moment)

$$\tau = PE\sin\theta$$

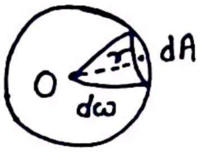
यदि $E = 1$ एवं $\theta = 90^\circ$ हो तो

$$\tau = P$$

अतः किसी वैद्युत द्विध्रुव का आघूर्ण उस बलयुग्म के आघूर्ण के बराबर होता है जो एकांक व एक समान वैद्युत क्षेत्र मे वैद्युत द्विध्रुव को क्षेत्र के लम्बवत रखने के लिए वैद्युत द्विध्रुव पर कार्य करता है।

घनकोण (Solid Angle) – किसी गोलीय पृष्ठ का क्षे० फ० गोले के केन्द्र पर जितना कोण अंतरित होता है, उसे उस पृष्ठ द्वारा केन्द्र पर बना घनकोण कहते है। इसे 'ω' से प्रदर्शित करते है।

यदि dA क्षे० फ० द्वारा केन्द्र पर अंतरित घनकोण $d\omega$ हो तो



$$d\omega = \frac{dA}{r^2}$$

मात्रक – स्टेरेडियन

1 स्टेरेडियन :– यदि $dA = r^2$ हो तो

$$d\omega = \frac{r^2}{r^2} = 1 \text{ स्टेरेडियन}$$

अतः 1 स्टेरेडियन वह घनकोण है जो त्रिज्या के वर्ग के बराबर क्षे० फ० केन्द्र पर अंतरित करता है।

गोले के सम्पूर्ण पृष्ठ के लिए – $dA = 4\pi r^2$

$$\therefore \omega = \frac{4\pi r^2}{r^2} = 4\pi \text{ स्टेरेडियन}$$

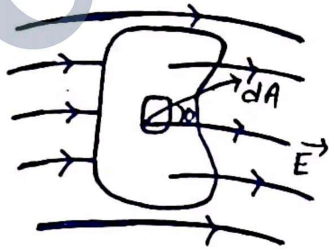
अतः गोले का सम्पूर्ण क्षे० फ० केन्द्र पर 4π घनकोण अंतरित करता है।

THE UNIQUE CLASSES

वैद्युत फ्लक्स की अवधारणा – वैद्युत फ्लक्स वैद्युत क्षेत्र का गुण होता है। किसी वैद्युत क्षेत्र मे किसी काल्पनिक पृष्ठ पर वैद्युत फ्लक्स उस पृष्ठ से गुजरने वाली वैद्युत बल रेखाओ की संख्या की माप होती है। इसे ϕ_E से प्रदर्शित करते है।

वैद्युत फ्लक्स की परिभाषा – माना कि किसी वैद्युत क्षेत्र E मे कोई लघु क्षे॰फ॰ dA है, तब $\vec{E}\cdot\vec{dA}$ के अदिश गुणन को क्षे॰फ॰ dA से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स कहते है।

$$d\phi_E = \vec{E}\cdot\vec{dA}$$



$$\phi_E = \int_A \vec{E}\cdot\vec{dA}$$

$$\phi_E = \int_A E\,dA\cos\theta \qquad (\because \vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta)$$

$$= E\cos\theta \int_A dA$$

But $\int_A dA = A$

$$\boxed{\phi_E = EA\cos\theta}$$

मात्रक = $\frac{N}{C} \times m^2$ या बोल्ट/मीटर × मीटर^2 = वोल्ट-मीटर

ϕ_E का विमीय सूत्र = $\frac{[MLT^{-2}][L^2]}{[AT]} = [ML^3T^{-3}A^{-1}]$

राशि = अदिश राशि

Note ① यदि वैद्युत बल रेखाएँ पृष्ठ के अदर प्रवेश कर रही है तो वैद्युत फ्लक्स ऋणात्मक होगा।

(ii) यदि वैद्युत बल रेखाएँ पृष्ठ से बाहर निकल रही हैं तो वैद्युत फ्लक्स ऋणात्मक होगा।

विभिन्न प्रकार के आवेश घनत्व

आवेश घनत्व तीन प्रकार के होते हैं।

(i) **रेखीय आवेश घनत्व** - किसी चालक तार की एकांक लम्बाई पर वितरित आवेश को रेखीय आवेश घनत्व कहते हैं। इसे λ (लामडा) से प्रदर्शित करते हैं।

यदि किसी चालक तार की लम्बाई l पर वितरित आवेश q हो तो रेखीय आवेश घनत्व

$$\lambda = \frac{q}{l}$$

मात्रक = कूलाम/मीटर

(ii) **आवेश का पृष्ठ घनत्व** - किसी चालक के एकांक पृष्ठ क्षे०फ० पर वितरित आवेश को 'आवेश का पृष्ठ घनत्व' कहते हैं। इसे (σ) सिग्मा से प्रदर्शित करते हैं।

यदि चालक के A पृष्ठ क्षे०फ० पर वितरित q हो तो आवेश का घनत्व

$$\sigma = \frac{q}{A}$$

मात्रक - कूलाम/मीटर^2

(iii) **आवेश का आयतन घनत्व** - किसी चालक के एकांक आयतन मे वितरित आवेश को 'आवेश का

आयतन घनत्व' कहते हैं। इसे 'ρ' (रो) से प्रदर्शित करते हैं।

यदि किसी चालक के V आयतन मे वितरित आवेश q हो तो आवेश का आयतन घनत्व - $\left(\rho = \frac{q}{V}\right)$

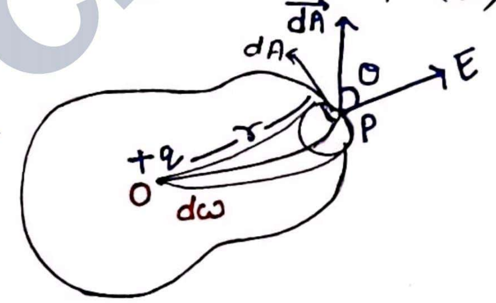
मात्रक = कूलाम/मीटर^3

{ गौस की प्रमेय }

इस प्रमेय के अनुसार, "किसी बंद पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स उस पृष्ठ द्वारा परिबृद्ध कुल आवेश (q) का $1/\epsilon_0$ गुना होता है।

$$\phi_E = q \times \frac{1}{\epsilon_0}$$

$$\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$$



उत्पत्ति (Proof) - माना कि एक बिन्दु आवेश $+q$ एक बंद पृष्ठ के अन्दर O बिन्दु पर स्थित है, इससे r दूरी पर कोई बिन्दु P है, जहाँ $\vec{E}$ व $\vec{dA}$ के बीच का कोण θ है।

$\therefore$ dA क्षे॰फ॰ से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स —

$$d\phi_E = \vec{E} \cdot \vec{dA}$$
$$= E\, dA \cos\theta$$

But - $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$

$$\therefore d\phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dA\cos\theta}{r^2} \quad \text{———} (1)$$

But - $\frac{dA\cos\theta}{r^2} = d\omega$

THE UNIQUE CLASSES

$$\therefore d\phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \times d\omega$$

सम्पूर्ण पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स

$$\phi_E = \oint \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \times d\omega$$

या $\phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \oint d\omega$

But – $\oint d\omega = 4\pi$

$$\phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \times 4\pi$$

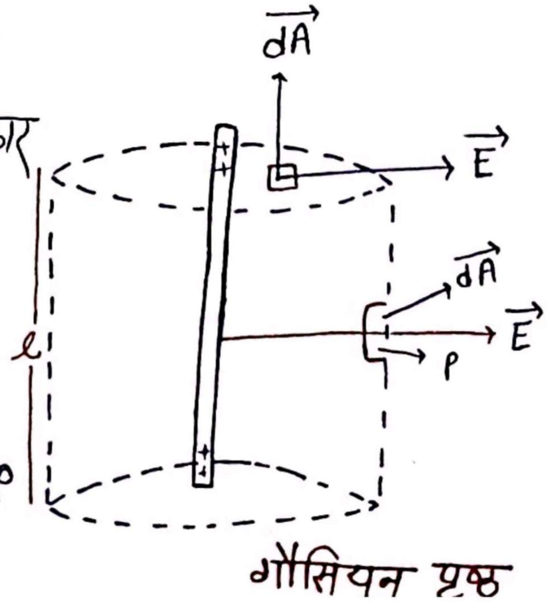
$$\boxed{\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}}$$

यही गौस की प्रमेय है।

गौस की प्रमेय के अनुप्रयोग

अनंत लम्बाई के एक समान आवेशित तार के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

माना कि अनंत लम्बाई का एक समान आवेशित तार है जिसका रेखीय आवेश घनत्व λ है। जिसके चारो ओर l लम्बाई का बेलनाकार गौसियन पृष्ठ खीचा गया है।



$$\lambda = \frac{q}{l} \quad \text{या} \quad q = \lambda l$$

तार से r दूरी पर कोई बिन्दु P है, जहा $\vec{E}$ व $\vec{dA}$ के बीच का कोण 0° है। इसलिए dA क्षे० से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स –

$$d\phi_E = \vec{E}\cdot\vec{dA}$$
$$= EdA\cos\theta$$
$$= EdA\ Co \quad \text{——— (1)}$$

गौसियन पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स

$$\phi_E = \int_A EdA$$
$$= E\int_A dA$$

But – $\int_A dA = 2\pi r l$ (बेलन के वक्र पृष्ठ का क्षे०) $\therefore \phi_E = E \times 2\pi r l$

लेकिन सपाट पृष्ठो के लिए –

$$d\phi_E = EdA\cos 90^\circ$$
$$= 0$$

गौसियन पृष्ठ से गुजरने वाला सम्पूर्ण वैद्युत फ्लक्स

$$\phi_E = E \times 2\pi r l \quad \text{——— (2)}$$

लेकिन गौस प्रमेय से – $\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$ ——— (3)

समी० (2) व (3) से –

$$E \times 2\pi r l = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{q}{rl} \qquad \text{But} - \ q = \lambda l$$

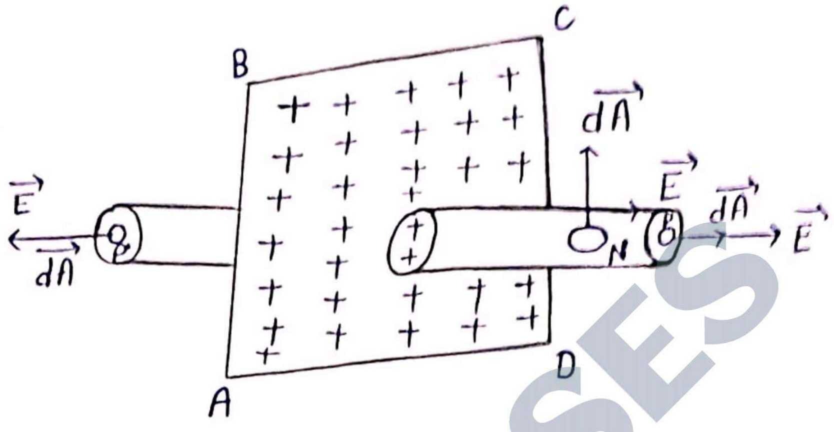
$$\therefore E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda l}{rl}$$

$$\left[E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{l}\right]$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2\lambda}{r} \quad \text{या} \quad \left[E = 9\times10^9\ \frac{2\lambda}{r}\right]$$

अनन्त विस्तार की समतल आवेशित 'अचालक' चादर के निकट वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

यदि कोई आवेश q किसी पृष्ठ के क्षे० फ० A पर समान रूप से वितरित हो, तो उस पृष्ठ के प्रति एकांक क्षे० फ० पर विद्यमान आवेश को



पृष्ठ आवेश घनत्व अथवा आवेश का पृष्ठ घनत्व कहते है। तथा इसे प्रायः σ (सिग्मा) से प्रदर्शित करते है।

अतः किसी आवेशित पृष्ठ पर आवेश का पृष्ठ घनत्व $\sigma = \frac{q}{A}$

माना कि अनन्त विस्तार की एकसमान धन- आवेशित 'अचालक' समतल शीट के एक तल पर, आवेश का पृष्ठ घनत्व σ है। शीट का यह तल आवेश की एक समतल चादर है।

अनन्त विस्तार की एकसमान धन आवेशित अचालक समतल चालक के निकट चादर से दूरी पर एक बिन्दु P है जिस पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।

माना कि चादर के दूसरी ओर, बिन्दु P के सममित बिन्दु P' है हम चादर के आर पार एक गौसियन बेलन की कल्पना करते है जिसके समतल सिरे चादर के समानतर है तथा बिन्दुओ P व P' मे से गुजरते है। माना कि इस बेलन के प्रत्येक सिरे का क्षे० फ० A है।

बेलन के दोनो सिरो से होकर जाने वाला वैद्युत फ्लक्स

$$\phi_E = \int_A \vec{E}\cdot\vec{dA} + \int_A \vec{E}\cdot\vec{dA}$$

जहाँ $\vec{dA}$, समतल सिरो पर क्षे० - वेक्टर है। चूंकि $\vec{E}$ व $\vec{dA}$ समान्तर हैं, अतः $\vec{E}\cdot\vec{dA} = EdA$ इस प्रकार है।

$$\phi_E = \int_A EdA + \int_A EdA$$

$$= EA + EA = 2EA$$

गौसियन बेलन के वक्रीय पृष्ठ से होकर जाने वाला वैद्युत फ्लक्स शून्य है क्योंकि इस पृष्ठ पर सभी जगह $\vec{E}$ व $\vec{dA}$ परस्पर लम्बवत है। अतः गौसियन बेलन से गुजरने वाला सम्पूर्ण वैद्युत फ्लक्स

$$\phi_E = 2EA \quad \text{——— (1)}$$

परन्तु गौस की प्रमेय से, $\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$, जहाँ q, बन्द गौसियन बेलन द्वारा परिबद्ध सम्पूर्ण आवेश है।
जहा $q = \sigma A$, अतः

$$\phi_E = \frac{\sigma A}{\epsilon_0} \quad \text{——— (2)}$$

समीकरण (1) व (2) की तुलना करने पर

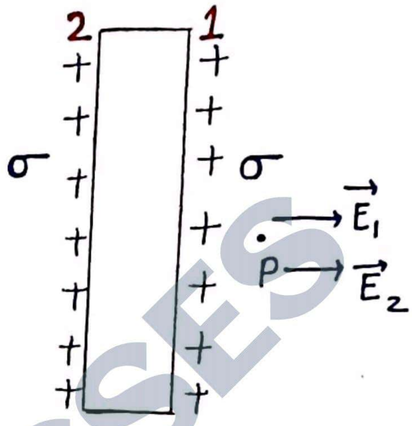
$$2EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$2EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0} = E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

इसमे r नही है। इसका अर्थ है कि चादर के निकट, सभी बिन्दुओ पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता समान है।

आवेशित चालक के ठीक बाहर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

माना की अनंत विस्तार एवं निश्चित लघु मोटाई की एक धन आवेशित समतल चालक प्लेट निर्वात अथवा वायु मे स्थित है। माना कि चालक प्लेट के एक ओर ठीक बाहर एक बिन्दु P है, जिस पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है। चूंकि प्लेट के भीतर कोई आवेश नही है, अतः इस प्लेट को आवेश की दो समतल चादरो 1 व 2 के तुल्य माना जा सकता है। बिन्दु P पर चादर 1 के कारण वैद्युत क्षेत्र $\vec{E_1}$ की तीव्रता –



$$E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad \text{——— (1)}$$

इसी प्रकार, बिन्दु P पर चादर 2 के कारण वैद्युत क्षेत्र –

$$E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad \text{——— (2)}$$

$\because$ $\vec{E_1}$ व $\vec{E_2}$ एक ही दिशा मे हैं

$\therefore$ बिन्दु P पर दोनो चादरो के कारण परिणामी वैद्युत क्षे॰ की तीव्रता – $\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2}$

वैद्युत क्षे॰ की तीव्रता का परिमाण – $E = E_1 + E_2$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}}$$

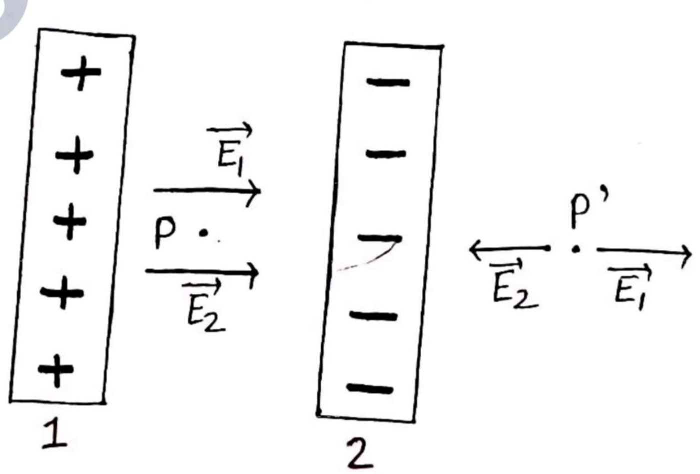
THE UNIQUE CLASSES
Physics notes

धन आवेशित चालक प्लेट के कारण वैद्युत क्षे० $\vec{E}$ की दिशा प्लेट के लम्बवत तथा प्लेट से दूर की ओर दिष्ट है। यदि प्लेट ऋणावेशित हो तब क्षे० की दिशा प्लेट के लम्बवत तथा प्लेट की ओर दिष्ट होगी।

Note ⇒ उपरोक्त सूत्र से स्पष्ट है कि अनंत विस्तार के आवेशित चालक के निकट किसी बिन्दु पर वैद्युत क्षे० की तीव्रता चालक के क्षे०फ० अथवा चालक से इस बिन्दु की दूरी पर निर्भर नही करती। इसका अर्थ है कि चालक के निकट सभी बिन्दुओ पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता समान होती है।

समान पृष्ठ घनत्व की धन तथा ऋण आवेशित समांतर अचालक प्लेटो के बीच तथा बाहर वैद्युत क्षे० की तीव्रता –

माना की दो बडी व समतल 'अचालक प्लेटें 1 व 2 जो कि क्रमशः धन तथा ऋण आवेशित हैं, वायु अथवा निर्वात मे एक दूसरे के समांतर आमने सामने रखी है। तथा प्रत्येक प्लेट पर आवेश का पृष्ठ घनत्व σ है।



$$\therefore E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$ (जहाँ ϵ_0 = निर्वात की वैद्युतशीलता)

वैद्युत क्षेत्र की दिशा प्लेट के लम्बवत, प्लेट से दूर (यदि प्लेट धन आवेशित हैं) अथवा प्लेट की ओर को (यदि प्लेट ऋण आवेशित हैं) होती है।

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad \text{——— (1)}$$ (प्लेट 1 से दूर)

Vikash sir
9905304440

इसी प्रकार बिन्दु P पर ऋण आवेशित प्लेट 2 के कारण विद्युत क्षे॰ की तीव्रता –

$$E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad \text{——— (2)} \quad (\text{प्लेट 2 की ओर})$$

चूंकि E_1 व E_2 एक ही दिशा मे हैं।

$$\therefore E = E_1 + E_2$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad \text{या} \quad E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

बिन्दु P' पर

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad \text{——— (1)} \quad (\text{प्लेट 2 से दूर})$$

$$E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad \text{——— (2)} \quad (\text{प्लेट 2 की ओर})$$

$\because$ E_1 व E_2 विपरीत दिशाओ मे हैं।

$$\therefore E = E_1 - E_2$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad \text{या,} \quad [E = 0]$$

प्लेटो के बीच विभवांतर –

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad \text{——— (1)}$$

$$E = \frac{V}{d} \quad \text{——— (2)}$$

समी॰ (1) व (2) से

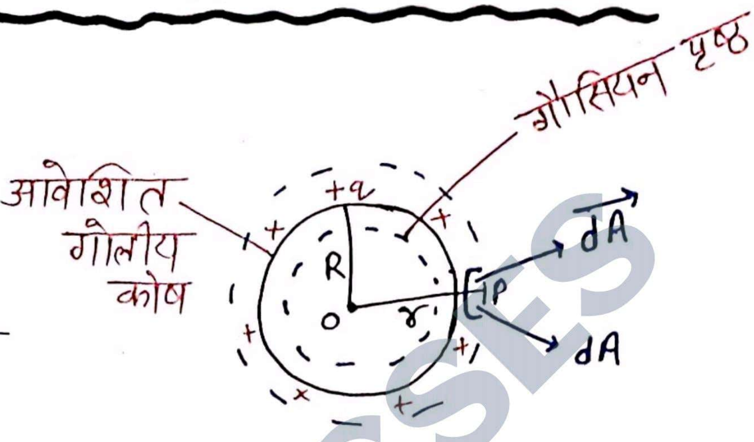
$$\frac{V}{d} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$\text{या,} \quad \boxed{V = \frac{\sigma d}{\epsilon_0}}$$

THE UNIQUE CLASSES
Physics notes

आवेशित गोलीय कोष के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

माना कि R त्रिज्या का कोई गोलीय कोष है, जिसे +q आवेश दिया गया है। वह आवेश इसके पृष्ठ पर एक समान रूप से फैल जायेगा।



(A) **बाह्य बिन्दु पर** - माना कि गोलीय कोष से बाहर केन्द्र से r दूरी पर कोई बिन्दु P जहाँ वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है। बिन्दु P पर $\vec{E}$ तथा $\vec{dA}$ के बीच का कोण 0° है।

∴ dA क्षे० फ० से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स -

$$d\phi_E = \vec{E} \cdot \vec{dA}$$

$$= E\,dA \cos\theta \qquad (\because \vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta)$$

But $\theta = 0$

$$\therefore d\phi_E = E\,dA \quad \text{——— (I)}$$

इसलिए सम्पूर्ण पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स -

$$\oint d\phi_E = \oint E\,dA$$

$$\phi_E = E \times 4\pi r^2 \quad \text{——— (II)}$$

लेकिन गौस की प्रमेय से $\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$ ——— (III)

समी० (II) व (III) से

$$E \times 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2} \quad \text{——— (iv)}$$

यदि आवेश घनत्व पृष्ठ σ हो तो

$$\sigma = \frac{q}{A} \quad \text{या}, \quad q = \sigma \times A$$

$$q = \sigma \times 4\pi R^2 \quad \text{——— (5)}$$

समी० (4) व (5) से

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sigma \times 4\pi R^2}{r^2}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\frac{R^2}{r^2} \quad \text{——— (6)}$$

(B) पृष्ठ पर :— $r = R$

$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{R^2}$$

यदि आवेश का पृष्ठ घनत्व σ हो तो —

$$\sigma = \frac{q}{A} \quad \text{या}, \quad q = \sigma \times A$$

$$= \sigma \times 4\pi R^2$$

$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sigma \times 4\pi R^2}{R^2}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

(C) आंतरिक बिन्दु पर

$$\phi_E = E \times 4\pi r^2 \quad \text{——— (1)}$$

गौस की प्रमेय से

$$\phi_E = \frac{0}{\epsilon_0} = 0 \quad \text{——— (11)}$$

समी० (1) व (11) से

$$E \times 4\pi r^2 = 0$$

या $E = 0$

अतः स्पष्ट है कि गोलीय कोश के अंदर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता शून्य होती है।

THE UNIQUE CLASSES